

Introduction

La maîtrise des vibrations intervient dans de multiples domaines : La musique, les suspensions de véhicules et dans des conditions souvent plus tragiques : la conséquence des séismes sur les constructions.



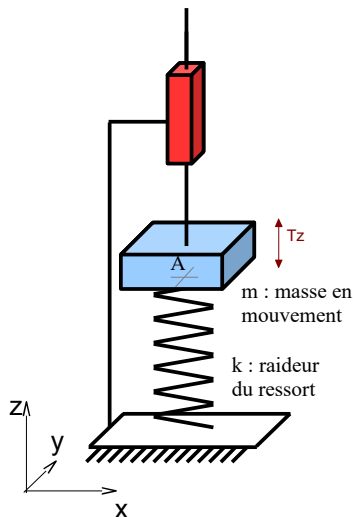
La théorie est la même dans tous ces domaines.



Les oscillations libres

Modélisation d'un système à un nœud et un degré de liberté

Il y a vibration possible dès qu'une masse est soutenue par un élément élastique comme un ressort. Le cas le plus simple correspond au modèle ci-dessous :



Raideur d'un ressort : k

Le ressort ci-contre exerce en A une force : $\vec{F} = A_{\text{Ressort} \rightarrow \text{masse}}$.
Sa seule composante est verticale.

Elle est proportionnelle à l'allongement du ressort : $z = L - L_0$
Où L est la longueur du ressort sous charge et L_0 sa longueur au repos.

Le rapport de proportionnalité s'écrit :

$$F = -k.z$$

Avec : F en N
 z en m
 k en N/m

Interprétation :

**Plus le ressort est raide plus k est grande.
Plus le ressort est souple plus k est petite.**

En déplaçant la masse de son point d'équilibre et en la relâchant, elle se met à osciller à une fréquence fixe F_0 , appelée **fréquence de résonance ou fréquence propre.**

La valeur de la fréquence propre correspondante peut être déterminée grâce à la relation suivante :

$$F_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)}$$

avec :

- k en N/m
- m en kg
- F_0 en Hz

Exemple de système en oscillations libres :

- Corde de guitare
Plus la corde est grosse plus sa masse est grande et donc plus elle joue grave (F_0 faible)
Plus elle est tendue plus sa raideur est grande et donc plus elle joue haut (F_0 élevée)

Modélisation d'une structure complexe

Les 6 degrés de liberté d'un nœud

En observant attentivement les vidéos de l'écroulement du pont de Tacoma, on se rend compte que le mouvement prépondérant du tablier est un mouvement de rotation.



Figure 2

Cet exemple montre que les phénomènes de vibration touchent aussi bien les mouvements de translation que de rotation.

En fait, en l'absence de liaisons mécaniques qui viennent réduire le nombre de degrés de liberté, chaque point d'une structure peut osciller suivant ses 6 degrés de liberté.

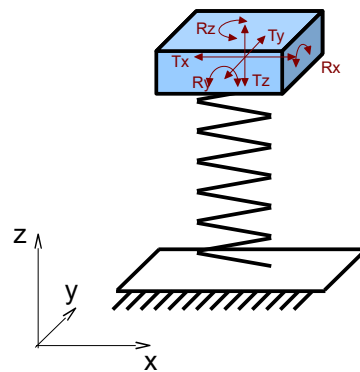


Figure 3

Chaque degré de liberté a une fréquence propre qui dépend de la raideur et de l'inertie mises en jeu.

Le tableau résume les paramètres influents pour chaque ddl de l'illustration ci-dessus.

Tx	raideur en flexion suivant x	masse
Ty	raideur en flexion suivant y	masse
Tz	raideur en compression suivant z	masse
Rx	raideur en torsion autour x	moment d'inertie autour de x
Ry	raideur en torsion autour y	moment d'inertie autour de y
Rz	raideur en torsion autour z	moment d'inertie autour de z

Le nombre de nœuds d'un modèle

Les structures réelles sont continues. Elles font donc intervenir une infinité de points reliés entre eux par une infinité de raideurs.

On ramène souvent l'étude d'une structure réelle, à l'étude d'un modèle ayant un nombre fini de nœuds et donc de raideurs.

Par exemple pour l'étude d'une partie du comportement dynamique d'un bogie de TGV, on peut utiliser le modèle ci-dessous.

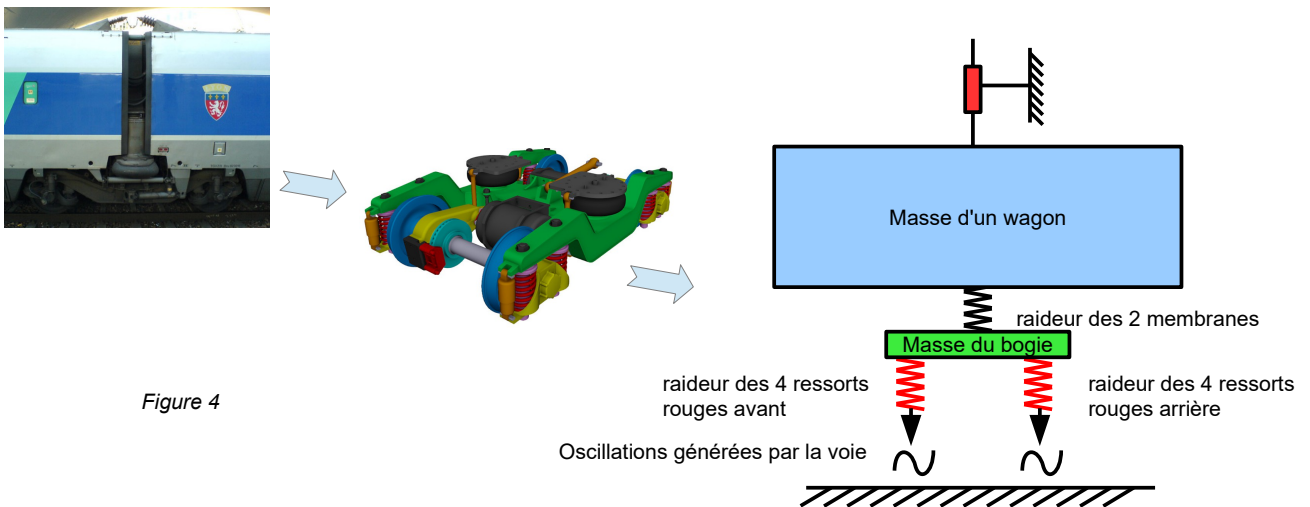


Figure 4

Les Oscillations forcées

Définition et phénomène de résonance

On parle d'oscillation forcée quand un système est sollicité en un point donné à une fréquence imposée F .

Sur le modèle ci-contre, il s'agit du point M.

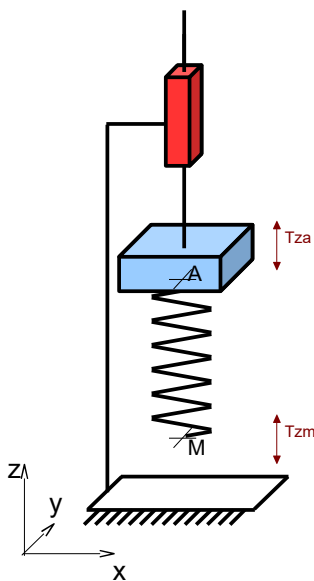


Figure 5

Phénomène de résonance :

- Quand la fréquence imposée est nettement plus faible que la fréquence propre F_0 , alors : $Tza = Tzm$
- Quand la fréquence imposée est sensiblement égale à la fréquence propre F_0 , alors : $Tza \gg Tzm$. C'est le phénomène de résonance
- Quand la fréquence imposée est nettement plus élevée que la fréquence propre F_0 , alors : $Tza = 0$. C'est le phénomène d'atténuation.

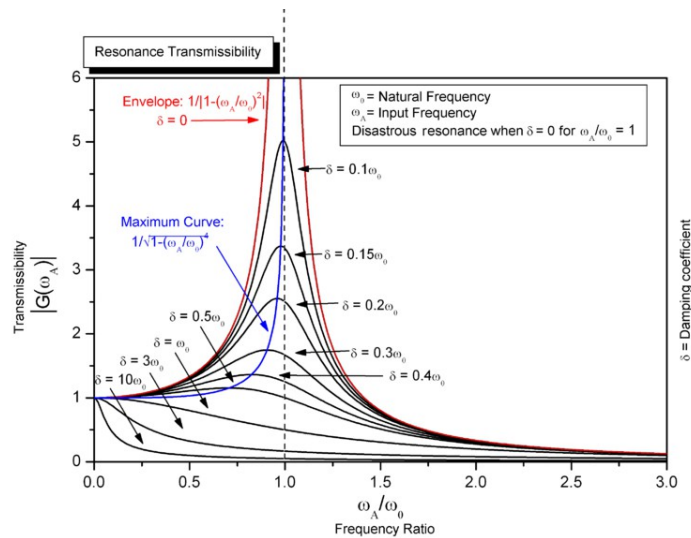
Le phénomène de résonance est mis en évidence sur les courbes de la figure 6.

Resonance transmissibility :
Transmissibilité de la résonance

Frequency ration :
Rapport de fréquence

Damping coefficient :
Coefficient d'amortissement

Figure 6



Dans l'exemple du bogie figure4, quand un TGV empreinte une ligne classique, le joint entre les rails provoque une sollicitation à une fréquence donnée pour une vitesse donnée du train.

C'est le fameux « tatac tatoun ».

Si cette fréquence correspond à la fréquence propre d'un mode de vibration, le degré de liberté ainsi excité aura une amplitude de déplacement exagérée par rapport à la normale. Ce qui cause généralement une nuisance.

L'amortissement

Pour limiter les déplacements excessifs liés aux phénomènes de résonance, il est possible d'augmenter l'amortissement d'un système.

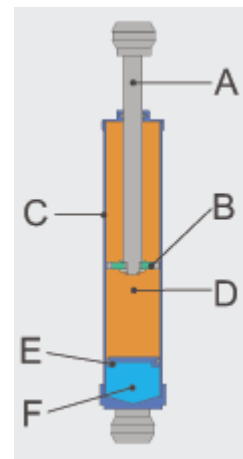
L'amortissement freine d'autant plus les déplacements qu'ils sont rapides.

La figure 7 montre un amortisseur de système roulant.

Dans ce cas, l'amortissement est obtenu par le passage forcé de l'huile à travers le piston percé.

Voir : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Amortisseur>

Remarque : La membrane et l'air, servent à compenser les variations de volume liées à la tige.



A la tige
B le piston percé
C le corps
D l'huile
E la membrane
F l'air

Figure 7

Conclusion

Les phénomènes de résonance sont susceptibles d'apparaître dès qu'une masse est soutenue par un ressort et qu'une excitation mécanique intervient.

Une structure entre en résonance quand la fréquence d'excitation correspond à la fréquence propre de la structure.

Si on ne peut pas changer la fréquence d'excitation d'une structure, il faut essayer de modifier sa raideur ou sa masse pour décaler la fréquence propre. Si cela n'est toujours pas possible, il faut essayer d'en atténuer les effets en augmentant l'amortissement.