

I Présentation:

La potence ci-dessous permet de soulever des charges de 500Kg maximum quand le palan 4 se trouve à l'extrémité de la flèche 1.

Cette flèche ainsi que l'équerre 3 forment un ensemble articulé avec le fût 2.

Le fût est fixé au sol.

L'étude porte sur la flèche 1 considérée encastree avec l'équerre 3.

II - DONNÉES :

Profilé constituant la flèche 1 : IPE 200 en acier

S355 ; Re = 355 MPa

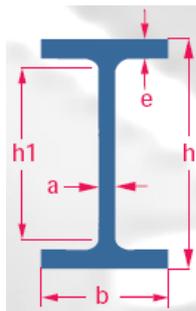
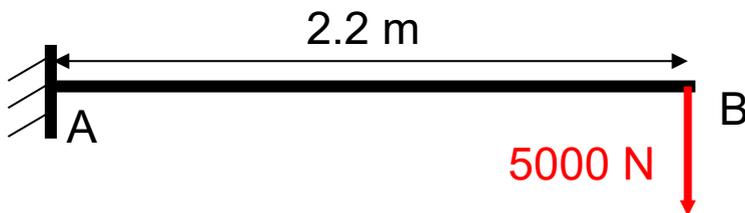
E=190 000 MPa

Ymax=100mm

Hypothèses : Le poids propre de la poutre est négligé.

$$\frac{I_{Gz}}{Y_{\max}} = 194,32 \text{ cm}^3$$

Modélisation:



profils IPE	dimensions mm					poids kg / m
	h	b	a	e	h1	
IPE 80	80	46	3,8	5,2	60	6,0
IPE 100	100	55	4,1	5,7	75	8,1
IPE 120	120	64	4,4	6,3	93	10,4
IPE 140	140	73	4,7	6,9	112	12,8
IPE 160	160	82	5,0	7,4	127	15,8
IPE 180	180	91	5,3	8,0	146	18,8
IPE 200	200	100	5,6	8,5	159	22,4

III – TRAVAIL DEMANDÉ :

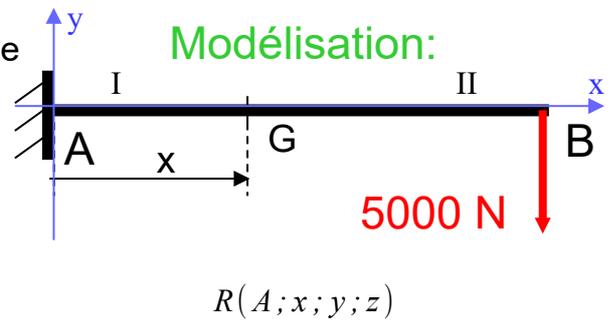
- Déterminer le torseur de cohésion le long de la poutre, en déduire les types de sollicitations supportées par cette poutre.
- Tracer le diagramme de l'effort tranchant.
- Tracer le diagramme du moment de flexion.
- Déterminer la contrainte maxi, en déduire le coefficient de sécurité adopté pour cette construction, conclusion?
- Calculer la flèche à l'extrémité de la poutre.

1. Torseur de cohésion le long de la poutre

On isole II. Par application du PFS, on en trouve $T_{I \rightarrow II}$ et on en déduit le torseur de cohésion :

$$\{T_{II \rightarrow I}\}_G = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -5000 & 0 \\ 0 & -5000(2,2-x) \end{array} \right\}_R$$

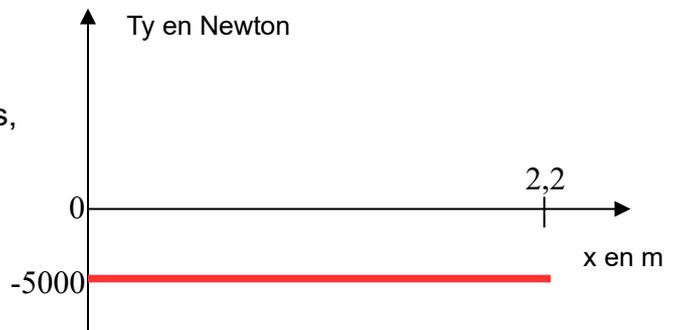
Unités : N et m



2. Diagramme de l'effort tranchant

D'après le torseur de cohésion ci-dessus, on a :

$$T_y = -5000 \text{ N quelque soit } x.$$



3. Diagramme du moment de flexion

D'après le torseur de cohésion ci-dessus, on a :

$$M_{fz} = -5000 \cdot (2,2 - x)$$

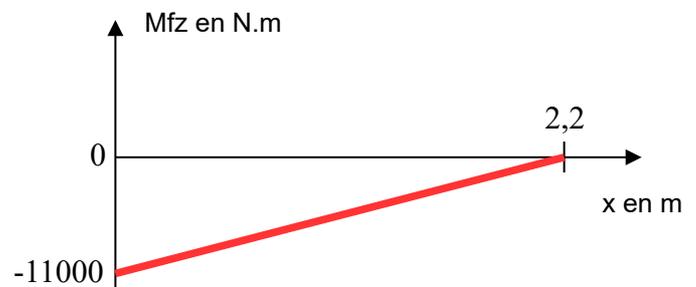
Donc :

- Pour $x=0$:

$$M_{fz} = -5000 \cdot 2,2 = -11000 \text{ N.m}$$

- Pour $x=2,2$:

$$M_{fz} = 0$$



4. Calcul de la contrainte maxi et du coefficient de sécurité

Contrainte max :

$$\sigma_{max} = \frac{-M_{fz \max}}{I_{GZ}} \cdot y_{max} \quad \text{Avec : } M_{fz \max} = -11000 \text{ N.m et } \frac{I_{GZ}}{Y_{max}} = 194,32 \text{ cm}^3$$

$$\text{D'où : } \sigma_{max} = \frac{11000}{194,32 \cdot 10^{-6}} = 56,6 \text{ E6 Pa} = 56,6 \text{ MPa}$$

Coefficient de sécurité :

$$s = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{355}{56,6} = 6,27$$

5. Calcul de la flèche maxi à l'extrémité

D'après le DR RDM on a la relation entre la dérivée seconde de la flèche et le moment fléchissant ci-dessous :

$$M_{fz} = E \cdot I_{Gz} \cdot f''(x)$$

$$\Rightarrow E \cdot I_{Gz} \cdot f''(x) = M_{fz} = -5000(2,2 - x) = 5000(x - 2,2)$$

$$\Rightarrow E \cdot I_{Gz} \cdot f'(x) = 5000 \left(\frac{1}{2} x^2 - 2,2x + C_1 \right)$$

$$\text{or pour } x=0, f'(x)=0 \Rightarrow C_1=0$$

$$\Rightarrow E \cdot I_{Gz} \cdot f(x) = 5000 \left(\frac{1}{6} x^3 - \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot x^2 + C_2 \right)$$

$$\text{or pour } x=0, f(x)=0 \Rightarrow C_2=0$$

$$\text{Donc : } f(x) = \frac{5000}{E \cdot I_{Gz}} \left(\frac{1}{6} x^3 - \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot x^2 \right)$$

La flèche est maxi pour $x=2,2$

$$\text{Avec } I_{Gz} = 194,32 (\text{cm}^3) \times 10 (\text{cm}) = 1943,2 \text{ cm}^4 = 1943,2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donc :

$$\begin{aligned} f(2,2) &= \frac{5000 \cdot 2,2^3}{190000 \cdot 1943 \cdot 10^{-2}} \times \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \\ &= \frac{5000 \cdot 2,2^3}{3 \times 190000 \times 1943 \cdot 10^{-2}} = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ &= 4,8 \text{ mm} \end{aligned}$$