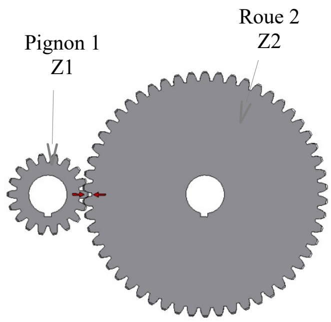
Engrenages

Définitions

Un engrenage est un ensemble composé d'un **pignon** et d'une **roue**.

Le pignon a un petit diamètre par rapport à la roue.

Pignon et roue sont entre autres caractérisés par leur nombre de dents noté Z.



Dimensions caractéristiques d'un pignon

Diamètre primitif : d = m.Z

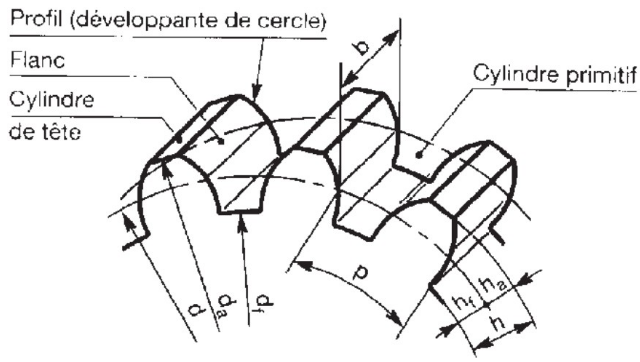
Diamètre de tête : d_a = d + 2*m

Diamètre de pied : d_f = d-2,5*m

Pas de la denture : p = π*m

Largeur de denture : b = k*m

k est couramment choisi entre 8 et 10.



Dimensionnement d'un denture

Dimensionner une denture revient à déterminer le module pour que la denture ne casse pas en fonctionnement.

Plus le module est important, plus les dents sont « grosses » et donc plus elles sont résistantes.

Les relation ci-dessous sont basées sur des notion de RDM.

$$m \geq 2.34\sqrt{\frac{T}{k * Rpe}}$$

Valeurs normalisées du module m									
valeurs principales en mm					*valeurs secondaires en mm*				
0,06	*0,25*	*1,25*	*5*	*20*	*0,07*	*0,28*	*1,125*	*5,5*	*22*
0,08	*0,30*	*1,5*	*6*	*25*	*0,09*	*0,35*	*1,375*	*7*	*28*
0,10	*0,40*	*2*	*8*	*32*	*0,11*	*0,45*	*1,75*	*9*	*36*
0,12	*0,50*	*2,5*	*10*	*40*	*0,14*	*0,55*	*2,75*	*11*	*45*
0,15	*0,75*	*3*	*12*	*50*	*0,18*	*0,7*	*3,5*	*14*	*55*
0,20	*1,0*	*4*	*16*	*60*	*0,22*	*0,9*	*4,5*	*18*	*70*

Rapport de réduction d'un engrenage

Dans l'engrenage ci-contre, Z1 = 18 dents et Z2 = 54 dents.

Imaginons que le pignon est menant, c'est à dire qu'il entraine la roue.

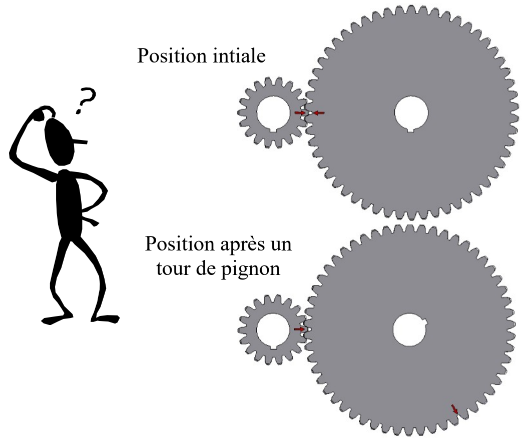
Le pignon 1 doit faire 3 tours pour que la roue en fasse 1 (en effet 18 x 3 = 54), donc la roue 2 tourne 3 fois moins vite que le pignon 1.

Le rapport de transmission est :

$$R_{12}=\frac{Z1}{Z2}=\frac{18}{54}=\frac{1}{3}$$

Connaissant la fréquence de rotation du pignon N1 on peut calculer la fréquence de rotation de la roue N2 grâce à la relation :

$$N2=N1\ x\ R_{12}$$

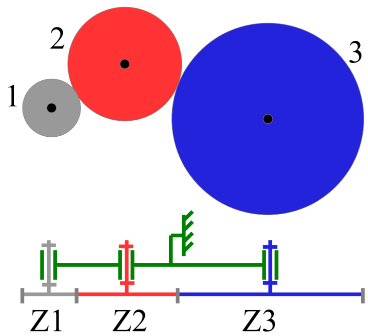


Rapport de transmission d'un train d'engrenages

Un train d'engrenage est un système composé de plusieurs engrenages liés ensembles.

Deux cas élémentaires se présentent.

Cas d'un pignon intermédiaire simple



1 est supposé menant. Le but est de calculer $R_{13}=\frac{N3}{N1}$

1er engrenage : $R_{12}=\frac{N2}{N1}=\frac{Z1}{Z2}=\frac{Zmenant}{Zmené}$

2ième engrenage : $R_{23}=\frac{N3}{N2}=\frac{Z2}{Z3}=\frac{Zmenant}{Zmené}$

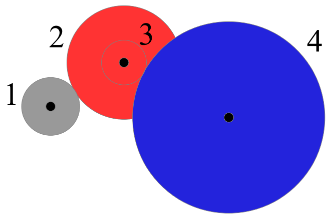
Rapport de transmission global :

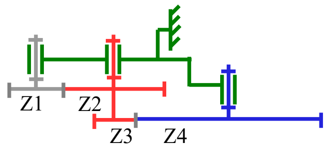
$$R_{13}=\frac{N3}{N1}=\frac{N3}{N2}\cdot\frac{N2}{N1}=\frac{Z2}{Z3}\cdot\frac{Z1}{Z2}=\frac{(Produit\ Zmenants)}{(Produit\ Zmenés)}$$

Après simplification de Z2 on trouve : $R_{13}=\frac{N3}{N1}=\frac{Z1}{Z3}$

Un pignon intermédiaire simple n'intervient donc pas dans le rapport de transmission d'un train d'engrenage. En revanche, il change le sens de rotation et il permet d'éloigner les axes de rotation de 1 et 3.

Cas d'un pignon intermédiaire étagé





1 est supposé menant. Le but est de calculer $R_{14}=\frac{N4}{N1}$

1er engrenage : $R_{12}=\frac{N2}{N1}=\frac{Z1}{Z2}=\frac{Zmenant}{Zmené}$

2ième engrenage : $R_{34}=\frac{N4}{N3}=\frac{Z3}{Z4}=\frac{Zmenant}{Zmené}$

Rapport de transmission global :

$$R_{14}=\frac{N4}{N1}=\frac{N4}{N2}\cdot\frac{N2}{N3}\cdot\frac{N3}{N1}$$

Or N2 = N3 puisqu'elles représentent toutes les deux la vitesse du même pignon, donc :

$$R_{14}=\frac{N4}{N1}=\frac{N4}{N2}\cdot\frac{N3}{N1}=\frac{Z3}{Z4}\cdot\frac{Z1}{Z2}=\frac{(Produit\ Zmenants)}{(Produit\ Zmenés)}$$

Généralisation à un train d'engrenages quelconque

L'étude des deux cas précédents montre que le calcul du rapport de transmission d'un train d'engrenage revient toujours à la relation générale ci-dessous :

$$\boxed{R_{es}=\frac{Nsortie}{Nentrée}=\frac{(Produit\ Zmenants)}{(Produit\ Zmenés)}}$$

Nsortie est la fréquence de rotation de la dernière roue menée

Nentrée est la fréquence de rotation de la première roue menante

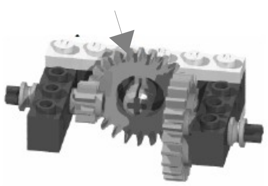
Une fois le rapport de transmission calculé, il est facile de calculer la fréquence de rotation de sortie connaissant celle d'entrée et inversement. En effet :

- Si Nentrée est connue : $\boxed{Nsortie=R_{es}.\ Nentrée}$
- Si Nsortie est connue : $Nentrée=\frac{Nsortie}{R_{es}}$

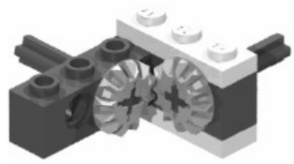
Autres montages avec roues dentées

Voir le document « FLL_robotic.pdf » page 2-29 pour les transmissions ci-dessous.

Couronne dentée

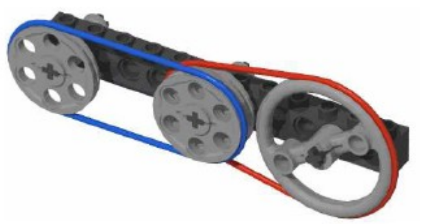


roues dentées coniques



Vis sans fin ($Z_{vis\ sans\ fin}=1$)

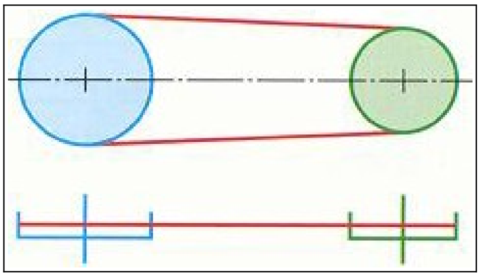
Poulie courroie



Le rapport de transmission se calcul et s'utilise de manière analogue à celui d'un système pignon-roue. Il faut simplement considérer les diamètres au lieu des nombres de dents.

On obtient :

$$\boxed{R_{es} = \frac{Nsortie}{Nentrée} = \frac{(Produit\ Dmenants)}{(Produit\ Dmenés)}}$$

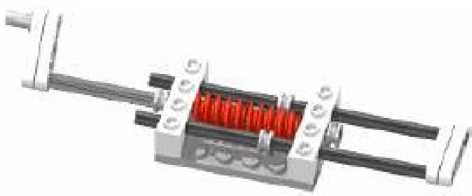


On peut inverser les sens de rotation

On peut doubler les courroies pour transmettre plus d'effort

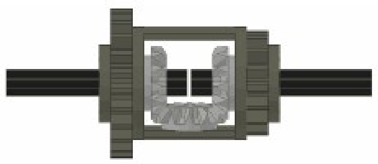
Vis écrou

Voir le document « FLL_robotic.pdf » page 2-30.



Différentiel

Voir le document « FLL_robotic.pdf » page 2-33.



Pignon crémaillère

Voir le document « FLL_robotic.pdf » page 2-36.

Structures des transmissions

Important : Voir le document « FLL_robotic.pdf » page 2-39 pour des conseils concernant la conception des transmissions ci-dessus.

Roue, chenilles et vitesse d'un véhicule

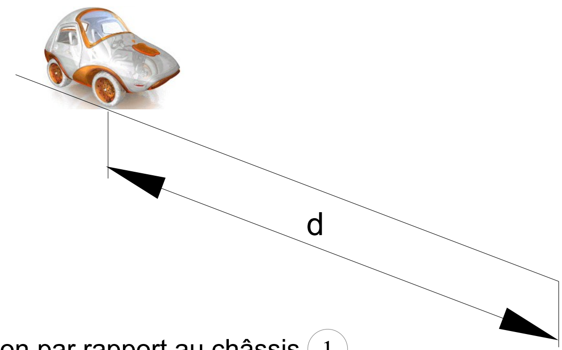
Les rapports de transmission permettent de calculer la fréquence de rotation des roues ou des chenilles connaissant la fréquence de rotation du ou des moteurs.

Nous allons voir comment calculer maintenant la vitesse du véhicule.

Vitesse d'un solide en translation rectiligne

Si un solide S met en temps t à parcourir une distance D, sa vitesse est :

$$\mathbf{V = d / t}$$



Exemple d'application numérique :

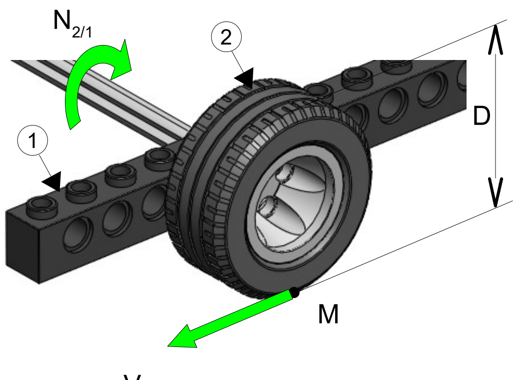
Une voiture qui parcours 10 km en 5 min,
a une vitesse de 2 km/min.
Qui équivaut à 120 km/ ou encore à 400 m/s.

Vitesse d'un solide en rotation

L'axe, la jante et le pneu forment l'ensemble 2 en rotation par rapport au châssis 1.
M est un point appartenant à 2 situé sur la bande de roulement du pneu.

Imaginons que le châssis est fixe (nous le tenons dans notre main par exemple).
Si 2 fait un tour, M parcours une distance égale au périmètre p du cercle de diamètre D.

On rappelle que : $p = \pi D$



Imaginons que **pendant le temps t** (exemple : 2s),
2 face **n tours** (par exemple 6 tr).

Pendant ce temps, le point **M parcours une distance d** égale à **n fois le périmètre.**

On a donc : $d = n \,.\, \pi \,.\, D$

Pour connaître la vitesse linéaire instantanée de M, il suffit comme au paragraphe précédent, de diviser la distance parcourue par le temps mis à la parcourir.

d'où : $V_{M\in 2/1} = d/t$

En remplaçant d par son expression ci-dessus on trouve : $V_{M\in 2/1} = (n \,.\, \pi \,.\, D)/t = n/t \,.\, \pi \,.\, D$

Or n/t représente le nombre de tours faits divisé par le temps mis pour les faire, c'est la fréquence de rotation $N_{2/1} = n/t = 3tr/s$ dans notre exemple.

D'où finalement la relation suivante : $\boxed{V_{M\in 2/1} = \pi D N_{2/1}}$

Maintenant si on pose le véhicule sur le sol, que la fréquence de rotation des roues reste inchangée et que le pneu ne patine pas, la vitesse du véhicule par rapport au sol sera égale à $V_{M\in 2/1}$.