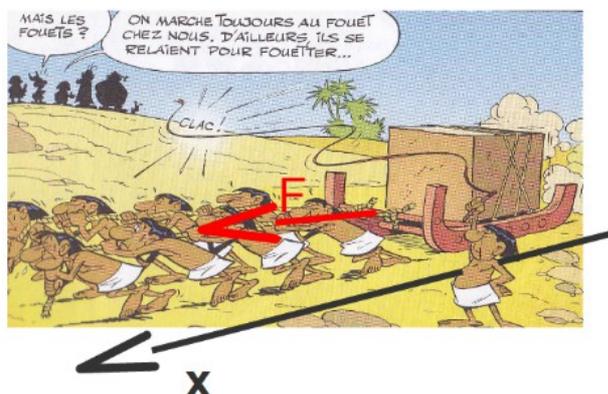


Le travail mécanique



Si pour déplacer un solide sur une distance x , il faut exercer un effort constant F , alors le travail mécanique à fournir est :

$$W = F \cdot x$$

Avec :

W l'énergie mécanique appelée aussi travail en J

F la force appliquée au solide en N

x la distance parcourue par le solide en m

La puissance mécanique

Approche qualitative

Imaginons des cyclistes de même poids et ayant le même vélo.

Ils ont tous la même cote à gravir et ils font la course.

Le premier arrivé en haut est le plus puissant.



Imaginons deux randonneurs cyclistes. Ils montent tous les deux une même cote à la même vitesse.

Celui qui transporte le plus de bagages fourni le plus de puissance.



La puissance mécanique à fournir pour déplacer un solide est proportionnelle :

- à la **vitesse** du solide et
- à la **force** appliquée pour le déplacer.

Comme dans tous les domaines physiques, la puissance est un débit d'énergie, donc :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot x}{t} = F \cdot \frac{x}{t} = F \cdot V$$

Approche quantitative

Dans le cas d'un solide **en translation** :

$$P = F \cdot V$$

Avec :

P la puissance mécanique en W (Watt)

F la force appliquée au solide en N (Newton)

V la vitesse du solide en m/s

L'unité de la force est le Newton.

(10 N est approximativement le poids d'un kg)

Dans le cas d'un solide **en rotation** :

$$P = C \cdot \omega$$

Avec :

P la puissance mécanique en W (Watt)

ω (oméga) la fréquence de rotation en rad/s

C le couple appliqué au solide en N.m

Fréquence de rotation :

$$\omega = 2\pi N / 60$$

où N est le nombre de tours par minutes



Couple :

Il s'agit d'un couple de 2 moments.

En se référant à l'illustration ci-contre, on a :

D'une part : $\overrightarrow{M_A I_{F-cléf}} = F \cdot \frac{D}{2}$

Et d'autre part : $\overrightarrow{M_A J_{F-cléf}} = F \cdot \frac{D}{2}$



Au total le couple créé par ces deux moments est :

$$C = F \cdot \frac{D}{2} + F \cdot \frac{D}{2} = F \cdot D$$

Soit finalement :

$$C = F \cdot D$$

La traduction mathématique est : $C = F \times d$

L'énergie potentielle de pesanteur

Pour élever une masse m à une hauteur h , il faut fournir un travail

$$W = m.g.h$$

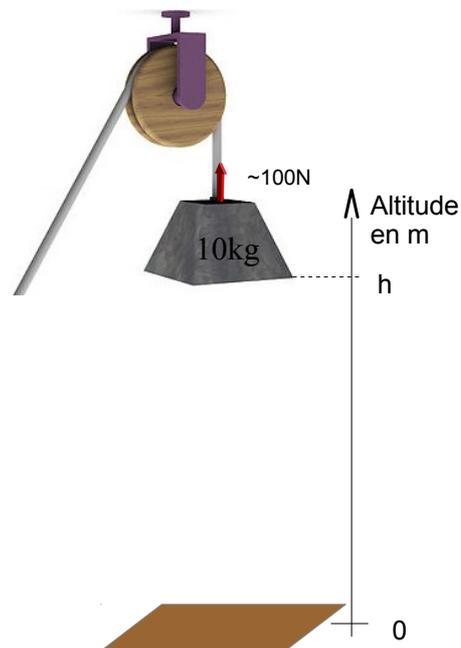
Ce travail est « stocké » sous forme d'énergie potentielle de pesanteur par la masse.

$$E_p = m.g.h$$

E_p est une énergie potentielle.

Avec l'illustration ci-contre si on ne lâche pas la corde, l'énergie reste stockée par la masse.

Par contre si on lâche la corde, l'énergie potentielle est libérée (si vous avez votre pied sous la masse vous vous en apercevrez très efficacement ...)



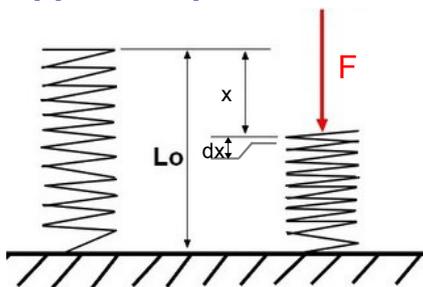
L'énergie potentielle élastique

Approche qualitative

Un ressort comprimé (ou étiré d'ailleurs) stocke de l'énergie potentielle élastique.

Dans l'exemple ci-contre, le temps que la boîte est fermée l'énergie est contenue. Si on ouvre la boîte l'énergie se libère.

Approche quantitative



Un ressort à une longueur à vide.

Elle correspond à L_0 sur la figure ci-contre.

Si on exerce une force F sur le ressort, il se comprime d'une longueur x .

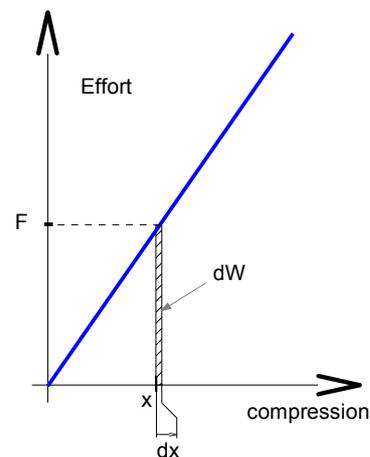
Le temps que les spires ne sont pas jointives, on a : $F = k.x$

où k est la raideur du ressort en N/m ou en N/mm .

Le travail élémentaire fourni pour comprimer le ressort de dx est :

$$dW = F.dx$$

dW correspond sur le graphique ci-contre à l'aire du rectangle élémentaire.



Le travail fourni pour comprimer le ressort de x mm est la somme des aires élémentaires pour une compression allant de 0 à x .

Ce travail correspond donc à l'air sous la courbe ci-contre.

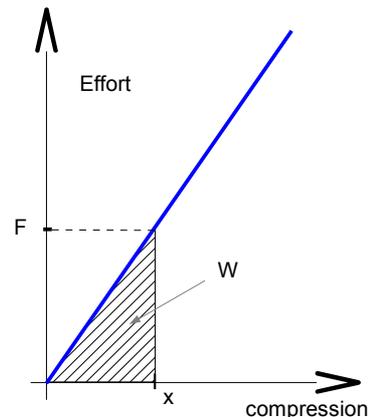
$$\text{D'où : } W = \frac{1}{2} F \cdot x$$

$$\text{Et comme } F = k \cdot x \text{ et bien : } W = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Ce travail est « stocké » sous forme d'énergie potentielle élastique.

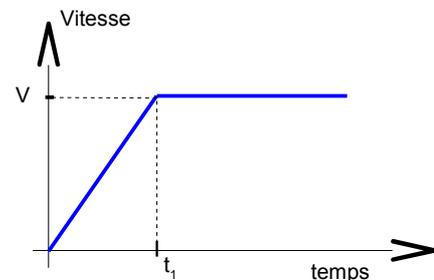
Donc :

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$



L'énergie cinétique

En translation



Si on veut accélérer le mobile ci-dessus d'une vitesse nulle à une vitesse V en suivant le profil de vitesse ci-dessus, il faut lui appliquer une accélération « a » constante pendant la première phase (de $t = 0$ à $t = t_1$).

Pendant cette phase d'accélération, $V = a \cdot t$

Pour avoir une accélération constante, il faut appliquer une force constante F .

La valeur de F est donnée par la relation suivante : $F = m \cdot a$

Le travail fourni pendant l'accélération est donc :

$$W = \int_0^{x_1} F \cdot dx \quad \text{où } x_1 \text{ est la distance parcourue au temps } t_1.$$

Par définition de la vitesse : $V = \frac{dx}{dt}$ donc $dx = V \cdot dt$

$$\text{D'où : } W = \int_0^{t_1} F \cdot V \cdot dt = \int_0^{t_1} (m \cdot a) \cdot (a \cdot t) \cdot dt = m \cdot a^2 \int_0^{t_1} t \cdot dt = \frac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} m \cdot (a \cdot t)^2 = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$

Ce travail est « stocké » sous forme d'énergie cinétique.

Donc :

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$

En rotation

De manière analogue on a :

$$E_c = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$$

J est le moment d'inertie de la masse en rotation en kg.m^2 .

Pour un cylindre en rotation :

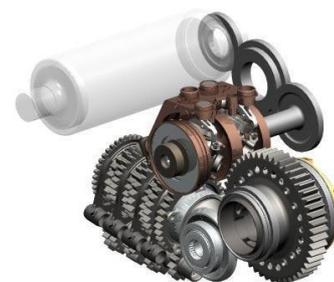
$$J = \frac{1}{2} m \cdot R^2$$

Où R est le rayon du cylindre et m sa masse.

Les volants d'inertie sont utilisés depuis longue date pour rendre régulier le mouvement des moteurs à piston.

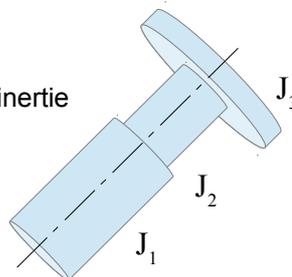


Ils sont encore présents aujourd'hui dans tous les moteurs thermiques et il constitue le cœur des SREC (système de récupération de l'énergie cinétique) utilisés entre autre sur les F1.

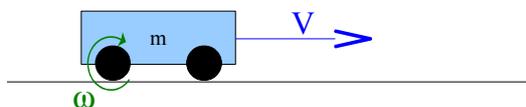


Remarque : Sur un même axe le moment d'inertie équivalent vaut :

$$J_{eq} = J_1 + J_2 + J_3$$



Inertie ramenée sur l'arbre de rotation :



Une masse en translation par exemple celle d'un véhicule ou celle d'un tapis roulant par exemple, peut être considérée comme équivalente à une masse en rotation sur l'arbre de la roue dans le cas du véhicule.

La relation est obtenue par équivalence des énergies cinétiques. $E_c = \frac{1}{2} J_{eq} \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} m \cdot V^2$

Donc : $J_{eq} = m \cdot \left(\frac{V}{\omega}\right)^2$ or, $V = R \cdot \omega$ Où R est le rayon de la roue.

Finalement on trouve : $J_{eq} = m \cdot (R)^2$