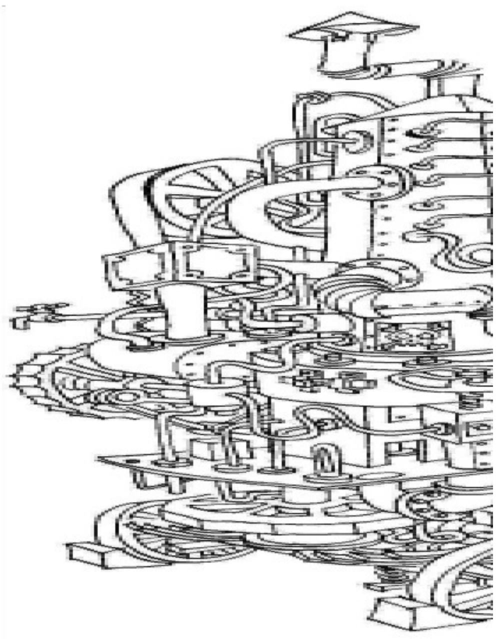
DR Thermodynamique

La thermodynamique :
Un mot savant pour désigner l'étude des usines à gaz...



Ce document ressource donne des bases de thermodynamique utiles pour l'étude d'un certain nombre de systèmes comme les pompes à chaleur, les climatiseurs, les réfrigérateurs, les moteurs thermiques …
Il s'appuie sur l'étude du plus simple d'entre eux : le compresseur.

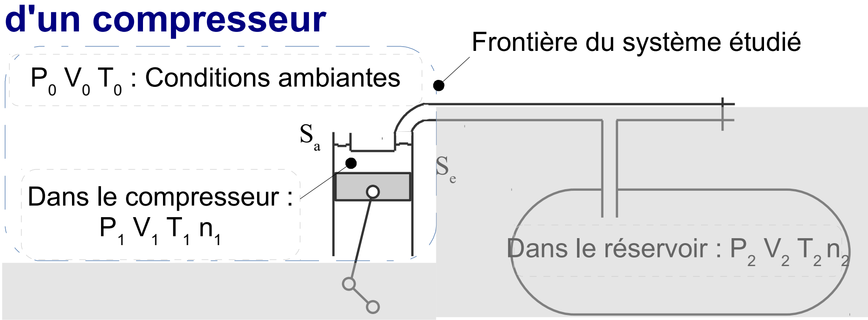
Les notions abordées ici seront revues et généralisées dans le cadre des sciences physiques.

Table des matières

Cycle thermodynamique d'un compresseur

S_a : Soupape d'admission

S_e : Soupape d'échappement



Modélisation comportementale

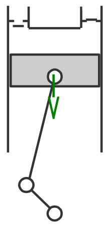
Étape 1 : Admission

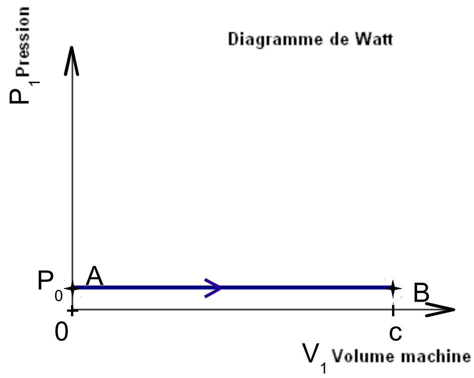
S_a ouverte

S_e fermée

Le piston admet par aspiration un volume d'air égal à sa cylindrée : c.

P1 = Po et T1 = To





Hypothèse : **Gaz parfait**

Si on considère l'air comme un gaz parfait alors : $P_1 . V_1 = n_1 . R . T_1$ Avec :

n_1 : le nombre de moles d'aire

R : la constante des gaz parfaits, R = 8.314 J/K

A l'issue de la phase d'admission en B, peut donc calculer la quantité d'aire admise dans le compresseur :

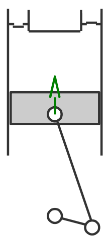
$$n_1 = \frac{P_0 . c}{R . T_0}$$

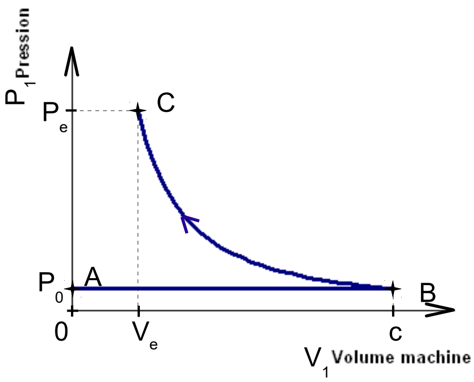
Étape 2 : Compression

S_a et S_e sont fermées.

Le piston comprime l'air jusqu'à ce que P_1 atteigne P_e la pression d'échappement.

Rq : Si on néglige l'action du ressort de rappel à l'échappement $P_e = P_2$.





Hypothèse : Transformation **adiabatique**

La compression est rapide on peut donc imaginer que cela ne laisse pas le temps au compresseur de refroidir.

Une telle transformation (sans échange thermique), s'appelle une transformation adiabatique.

Dans ce cas la pression et le volume sont liés par la relation suivante :

$$P_1 . V_1^{\gamma} = cste \qquad \text{avec} \quad \gamma = 1.4 \quad \text{pour l'air.}$$

On peut donc en déduire l'expression de P en fonction de V et ainsi la forme de la courbe reliant B et C sur le diagramme de Watt ci-dessus.

En effet, puisque : $P_1 . V_1^{\gamma} = cste$, alors : $P_1 . V_1^{\gamma} = P_0 . c^{\gamma}$

Soit finalement : $P_1 = P_0 . \dfrac{c^{\gamma}}{V_1^{\gamma}}$ (E1)

On peut aussi en déduire V_e le volume du compresseur au moment de l'échappement :

$$V_e = c . \left(\frac{P_o}{P_e} \right)^{1/\gamma}$$

Hypothèse : **Gaz parfait**

Si on considère l'air comme un gaz parfait alors : $P_1 . V_1 = n_1 . R . T_1$

En B on a donc : $\dfrac{P_0 . c}{T_0} = n_{1b} . R$

car après l'admission la température de l'air reste égale à la température ambiant T_0.

Et donc en n'importe quel point entre B et C on a : $\dfrac{P_1 . V_1}{T_1} = \dfrac{P_0 . c}{T_0}$

D'où : $T_1 = T_0 . \dfrac{P_1 . V_1}{P_0 . c}$

En particulier en C, on trouve la température de l'air comprimé en fin de compression :

$$T_{1c} = T_0 . \frac{P_e . V_e}{P_0 . c}$$

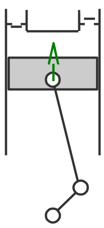
Étape 3 : Échappement

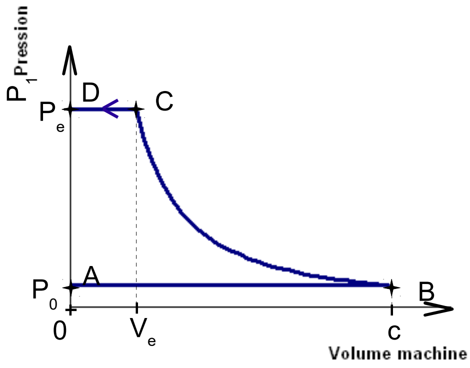
S_e s'ouvre.

Le piston continue sa course vers le point mort haut.

Pendant cette phase $P_1 = P_e = P_2$

P_e est la pression d'échappement.



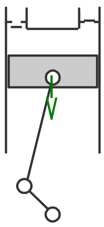


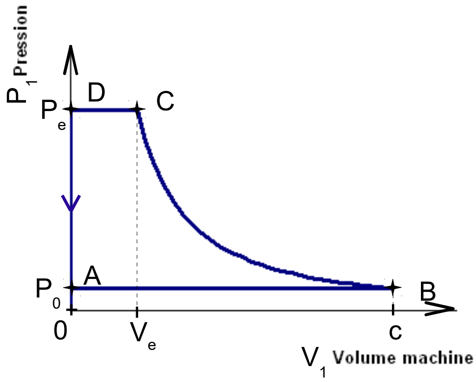
Étape 4 : point mort haut

Le piston change de sens de déplacement.

Donc S_e se ferme et S_a s'ouvre.

P_1 passe donc brutalement de P_e à P_0. Nous sommes revenu au début de l'étape 1.





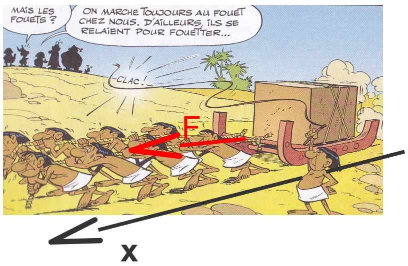
Aspect énergétique sur un cycle de compression

Un gaz échange de l'énergie sous deux formes simultanément :

- De l'énergie mécanique : le travail W
- De l'énergie thermique : la chaleur Q

L'énergie thermique :

Dans le cas d'un compresseur nous avons fait l'hypothèse d'une transformation adiabatique donc les apports ou pertes extérieures d'énergie thermique sont supposés nuls.

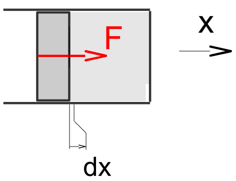


L'énergie mécanique :

Rappel : Si pour déplacer un solide sur une distance x, il faut exercer un effort constant F, alors le travail mécanique à fournir est :

$$W = F.x$$

De la même manière, nous allons calculer l'énergie que la bielle fournit au piston sur un cycle.
Nous faisons l'hypothèse que l'énergie reçue par le piston est intégralement transmise à l'air.



Pendant la compression l'effort à appliquer augmente avec le déplacement puisque la pression monte dans le cylindre.

Néanmoins sur une distance infiniment petite dx suivant l'axe x, l'effort peut être considéré constant.

Le travail à fournir pour ce petit déplacement est donc : $dW = F(x).dx$

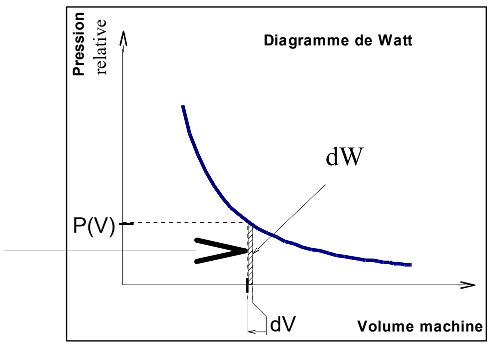
On peut exprimer ce travail en fonction de la variation de volume du gaz :

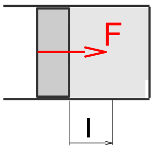
En effet : $F(x) = P_{1rel}(x).Sp$ où S_p est l'aire du piston et P_{rel} la pression relative dans la chambre de compression.

D'où : $dW = P_{1rel}(x).S_p.dx$

Le terme $S_p.dx$ correspond à la petite variation de volume du gaz que l'on note dV, d'où : $dW = P_{1rel}(V).dV$

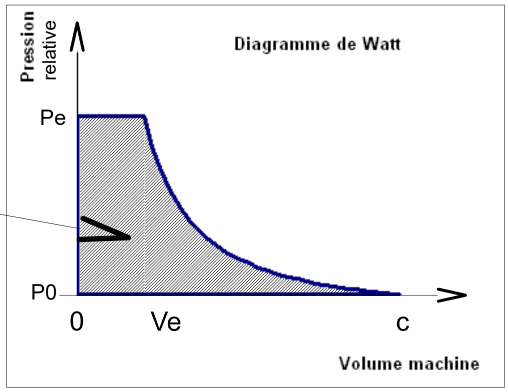
Sur un diagramme (P;V), dW correspond à l'aire du petit rectangle de hauteur $P_{1rel}(V)$ et de largeur dV ci-contre.





Pour calculer le travail W à fournir sur la remontée du piston, il faut donc faire la somme en continu des dW .

Cette somme correspond à l'aire sous la courbe comme montré ci-contre.



Cette aire correspond à la somme intégrale de $P_{1rel}(V).dV$ pour un volume allant de c (la cylindrée) à 0 (le volume au point mort haut).

Et se note : $$W=\int_c^0 P_{1rel}(V).dV$$

Remarque concernant les signes :

Dans le raisonnement ci-dessus le volume final V_c est plus petit que le volume initial V_B, donc W_{BC} est négatif.

Ceci est logique puisque nous avons calculé l'énergie que la machine perd pour comprimer le gaz.

A l'opposé, le gaz a reçut cette quantité d'énergie. Pour le gaz, cette énergie est donc à compter positivement.

De manière générale l'énergie mécanique reçue **par le gaz** dont le volume varie de c à 0 est donc :

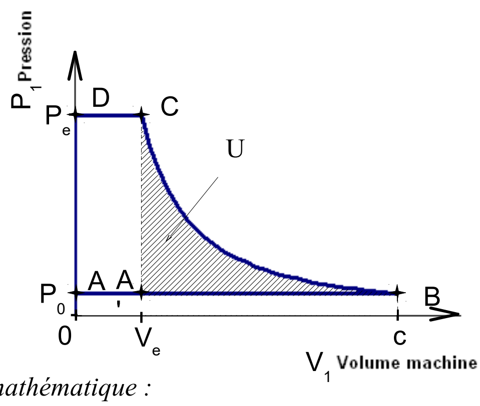
$$W=-\int_c^0 P_{1rel}(V).dV$$

Calcul du travail W fourni par la bielle au piston :

Le calcul se fait en deux parties :

Première partie : **la variation d'énergie interne** du gaz pendant la compression.

Elle est notée ΔU, elle conduit à l'échauffement du gaz pendant la phase de compression.



Pendant la phase de compression $P_1=P_0.\frac{c^\gamma}{V^\gamma}$

Donc :

$$P_{1rel}=P_1-P_0=P_0.\frac{c^\gamma}{V^\gamma}-P_0$$

Remarque mathématique :
Le calcul intégral ci-dessous est du niveau terminal. Les notions de mathématiques utiles pour le mener ne vous ont peut être pas encore été fournies.

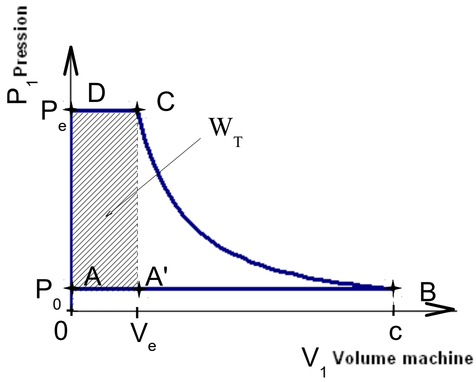
Donc :

$$\Delta U=-\int_c^{V_e}\left(P_0.\frac{c^\gamma}{V^\gamma}-P_0\right).dV=-P_0.c^\gamma\int_c^{V_e}V^{-\gamma}.dV+P_0.\int_c^{V_e}1.dV$$

Soit :

$$\Delta U=\frac{-P_0.c^\gamma}{1-\gamma}.\left(V_e^{1-\gamma}-c^{1-\gamma}\right)+P_0.(V_e-c)$$

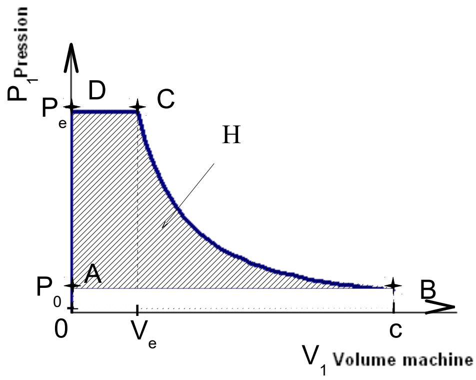
Deuxième partie **: Le travail de transvasement** noté W_T



Un simple calcul d'aire donne directement :

$$W_T=(P_e-P_0).V_e=\Delta P.Ve$$

Bilan de l'énergie transférée dans le réservoir : notion d'enthalpie



Globalement sur le cycle, le compresseur injecte dans le réservoir une quantité d'air à une certaine pression et à une certaine température.

L'énergie injectée dans le réservoir est donc la somme de l'énergie interne de l'air (chaleur) et du travail de transvasement.

Cette énergie globale est appelée l'enthalpie et elle est notée H.

$$H=\Delta U+W_T$$

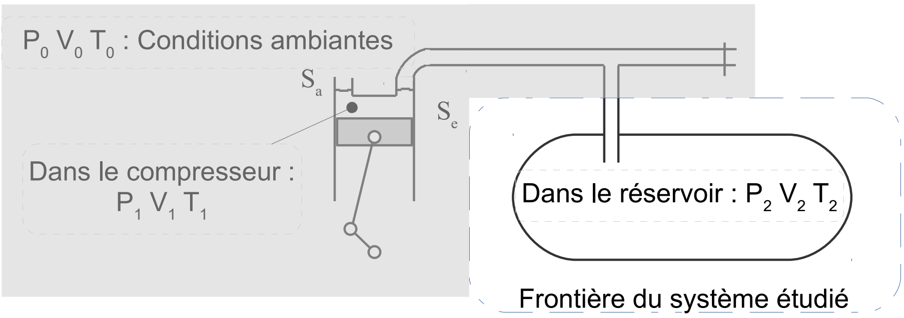
Étude thermodynamique du réservoir

Nous avons vu précédemment que le réservoir reçoit de la part du compresseur le travail de transvasement additionné à l'énergie interne de la quantité d'air qui y entre à chaque cycle.

L'air qui entre dans le réservoir est chaud et va se refroidir puisque le réservoir n'est pas calorifugé.

La modélisation qui suit permet de calculer l'évolution des grandeurs d'états dans le réservoir (pression, température, volume et quantité d'air)

Modélisation comportementale



Notre système comporte 4 inconnues :

- P_2 la pression dans le réservoir,
- V_2 le volume du réservoir,
- T_2 la température de l'air dans le réservoir,
- Δn_2 la quantité d'air qui entre dans le réservoir.

Pour modéliser notre système nous allons donc chercher 4 hypothèses réalistes qui vont nous donner 4 relations mathématiques entre nos différentes inconnues.

1ère hypothèse :

L'air est un gaz parfait. On a donc : $P_2 . V_2 = n_2 . R . T_2$ (E1)

2ième hypothèse :

Le volume du réservoir est constant. V_2 = cste (E2)

La transformation est appelée isochore.

3ième hypothèse :

Le compresseur est parfait : à chaque cycle, il se vide complètement et il n'y a pas de fuites.

Sur un cycle le nombre de moles d'air reçues par le réservoir Δn_2 est égal au nombre de moles admis par le compresseur.

$$\Delta n_2 = n_1 \quad \text{(E3)}$$

4ième hypothèse :

Nous nous intéressons à l'état d'équilibre du réservoir, c'est à dire quand sa température a eu le temps de revenir à la température ambiante. Nous allons considérer la transformation comme isotherme, donc :

$$T_2 = T_0 = cste \quad \text{(E4)}$$

Calcul du nombre de moles après « i » cycles de compresseur

Le nombre de moles d'air à l'état initial dans le réservoir est d'après (E1) et (E2) :

$$n_{2_0}=\frac{P_0 . V_2}{R.T_0}$$

Le nombre de mole d'air après le premier cycle de compresseur est donc :

$$n_{2_1}=n_{2_0}+n_1$$

Après le ième cycle de compresseur on a donc :

$$n_{2_i}=n_{2_0}+i.n_1$$

Calcul de la pression dans le réservoir après « i » cycles de compresseur.

D'après (E1) :

$$P_2 . V_2=n_{2_i} . R.T_2$$

Soit :

$$P_2=\frac{n_{2_i} . R.T_2}{V_2}$$

Aspect énergétique

A chaque cycle, de l'air entre dans le réservoir et amène avec lui une enthalpie H_1 calculée à la suite de la modélisation d'un cycle du compresseur.

Quand il entre dans V2, il est chaud (température : T_{1c}) , il va se refroidir progressivement pour atteindre la température T_0 .

La quantité de chaleur perdue vaut : $Q_2=\Delta n_2 . c_V .(T_{1C}-T_0)$

c_v est la capacité calorifique par mole à volume constant du gaz injecté dans le réservoir.

Nous admettrons que : $c_V=\frac{R}{\gamma-1}$

Par contre le réservoir est rigide donc il n'échange pas de travail mécanique avec l'extérieur.

Bilan énergétique sur l'ensemble

L'énergie interne stockée dans le réservoir après i cycles de compresseur et après stabilisation de la température dans celui-ci est donc globalement :

$$E_2=H_1-Q_2$$

Cette énergie stockée dans le réservoir sera convertie pour partie en travail et pour partie en chaleur lors de son utilisation en fonction des systèmes qui seront actionnés.